



Desain Bahan Ajar Berbasis Representasi Matematis pada Materi Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers

Putri Kinanti Aprilianti^{1*} 

¹ SMAN 2 Cirebon, Cirebon, Indonesia, putri06kinanti@gmail.com

Abstract: The aims of this study were: (1) to describe students' learning obstacles; (2) knowing the design of teaching materials based on mathematical representations; and (3) knowing the teacher's intervention during the implementation of teaching material designs. This research is focused on the ability of mathematical representation in the matter of compositional functions and inverse functions of SMA. The subjects in this study were learning obstacle identification subjects, namely 22 students of class XI MIPA 6 and subjects of implementing teaching materials 39 students of class XII MIPA 4 SMAN 1 Kota Cirebon. The research method used is a qualitative method. The instruments used were representation ability test questions, module validation sheets and didactic and pedagogical anticipation tables. The method of collecting data in this study was by analyzing the learning obstacles in the identification class through a response ability test, analyzing the learning obstacles after implementing teaching materials through response ability tests, analyzing the results of expert validation, and analyzing teacher intervention during the implementation of teaching materials. The results of this study: (1) learning obstacles / barriers to student learning in the matter of compositional functions and inverse functions related to mathematical representation abilities. (2) teaching materials in the form of modules based on mathematical representations adapted to the situation, didactic and pedagogical anticipation. Teaching materials were validated by three experts who produced a percentage of 91.99% with very valid criteria. (3) teacher intervention in general, student responses that emerged during the implementation of teaching materials were responses according to predictions so that the interventions carried out were in accordance with the designs that had been made.

Keywords: Teaching materials, learning obstacles, mathematical representations, didactic designs.

Abstrak: Tujuan penelitian ini adalah untuk: (1) mendeskripsikan learning obstacle siswa; (2) mengetahui desain bahan ajar berbasis representasi matematis; dan (3) mengetahui intervensi guru saat implementasi desain bahan ajar. Penelitian ini difokuskan pada kemampuan representasi matematis pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers SMA. Subjek dalam penelitian ini adalah subjek identifikasi learning obstacle yaitu 22 siswa kelas XI MIPA 6 dan subjek implementasi bahan ajar 39 siswa kelas XII MIPA 4 SMAN 1 Kota Cirebon. Metode Penelitian yang digunakan adalah metode kualitatif. Instrument yang digunakan adalah soal tes kemampuan representasi, lembar validasi modul dan tabel antisipasi didaktis dan pedagogis. Cara pengambilan data dalam penelitian ini dengan menganalisis learning obstacle pada kealas identifikasi melalui tes kemampuan respon, menganalisis learning obstacle setelah implementasi bahan ajar melalui tes kemampuan respon, menganalisis hasil validasi ahli, dan menganalisis intervensi guru saat implementasi bahan ajar. Hasil penelitian ini: (1) learning obstacle/ hambatan belajar siswa pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers terkait kemampuan

representasi matematis. (2) bahan ajar berupa modul berbasis representasi matematis yang disesuaikan dengan situasi, antisipasi didaktis dan pedagogis. Bahan ajar divalidasi oleh tiga ahli yang menghasilkan persentase 91,99% dengan kriteria sangat valid. (3) intervensi guru secara umum, respon siswa yang muncul saat implementasi bahan ajar adalah respon sesuai prediksi sehingga intervensi yang dilakukan sesuai dengan rancangan yang telah dibuat.

Kata kunci: Bahan ajar, learning obstacle, representasi matematis, desain didaktis.

*Corresponding author: putri06kinanti@gmail.com



© 2022 by the authors. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Pendahuluan

Dalam kurikulum 2013 setiap pembelajaran difokuskan kepada siswa sehingga siswa dituntut untuk dapat berkomunikasi baik dengan guru maupun dengan siswa lain. Untuk dapat berkomunikasi dalam pelajaran matematika, tentulah siswa harus bisa membaca dan merepresentasikan bentuk-bentuk grafik, diagram, maupun simbol-simbol matematis lainnya. Kemampuan siswa untuk mengkomunikasikan bentuk-bentuk matematis dengan menggunakan bahasa matematis untuk mengatasi permasalahan berbentuk grafik, diagram maupun simbol-simbol matematis disebut kemampuan representasi.

Menurut Jones & Knuth (Mustangin, 2015) representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Suatu masalah dapat direpresentasikan dengan objek, gambar, kata-kata, atau simbol matematika. Kemampuan representasi matematis siswa pada materi fungsi komposisi dinilai rendah hal tersebut ditemukan saat peneliti melakukan observasi dan mengamati kemampuan representasi matematis melalui tes tertulis yang dilakukan di kelas XI MIPA 6 SMAN 1 Cirebon. Adapun jenis representasi matematis yang diamati antara lain visual, simbol, dan verbal. Ketika siswa diberikan soal menggambarkan fungsi dengan diagram panah ternyata berdasar hasil analisis hanya ada 63,64 % dari 22 orang siswa yang mampu menjawab secara lengkap dan benar soal tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa siswa memiliki keterbatasan dalam kemampuan representasi visual. Keterbatasan inilah yang dinilai bahwa siswa memiliki hambatan belajar atau learning obstacle.

Terdapat tiga jenis learning obstacle yaitu *ontogenical learning obstacle*, *didactical learning obstacle* dan *epistemological learning obstacle* (Sulistiawati, et al., 2015; Smith et al., 2009). Pada penelitian ini hambatan yang timbul adalah learning obstacle yang berkarakter epistemologis karena hambatan belajar yang dialami siswa berkaitan dengan kurangnya pemahaman siswa terhadap konsep yang berkaitan dengan materi prasyarat dari fungsi komposisi dan fungsi invers. Sulistiawati, et al. (2015) dalam penelitiannya mengatasi learning obstacle dengan mengembangkan bahan ajar. Bahan ajar adalah seperangkat materi yang disusun secara sistematis, baik tertulis maupun tidak tertulis sehingga tercipta lingkungan atau suasana yang memungkinkan siswa untuk belajar (Mukhtar, 2013). Bahan ajar yang dipilih untuk penelitian adalah modul. Modul yang dirancang sesuai dengan karakteristik dari suatu teori belajar Bruner.

Penyajian materi dalam bentuk bahan ajar berupa modul yang didesain sedemikian rupa sehingga sesuai dengan teori belajar Bruner dan dikombinasikan dengan kemampuan representasi matematis siswa merupakan solusi yang di duga peneliti bisa menyelesaikan masalah hambatan belajar siswa. Berdasar latar belakang di atas penulis tertarik mengadakan penelitian yang berjudul "Desain Bahan Ajar Berbasis Representasi Matematis pada Materi Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers SMA".

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah: (1) Bagaimana learning obstacle siswa terkait materi fungsi komposisi dan fungsi invers? (2) Bagaimana desain bahan ajar berbasis kemampuan

representasi matematis siswa pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers valid? (3) Bagaimana intervensi guru saat implementasi desain bahan ajar berbasis kemampuan representasi matematis pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers?

Metode

Metode yang dipilih peneliti adalah metode penelitian kualitatif. Metode penelitian kualitatif adalah suatu metode penelitian yang memungkinkan peneliti untuk meneliti berdasar keadaan nyata atau alamiah pada obyek penelitian. Hasil dari metode penelitian ini berdasarkan pada keadaan yang sebenarnya tanpa adanya manipulasi. Sehingga diharapkan hasil penelitian yang dilakukan dapat lebih bermakna dan lebih mendalam.

“Penelitian kualitatif adalah suatu strategi inquiri yang menekankan pencarian makna, pengertian, konsep, karakteristik, gejala, simbol, maupun deskripsi tentang suatu fenomena; focus dan multimetode, bersifat alami dan holistic; mengutamakan kualitas, menggunakan beberapa cara, serta disajikan secara naratif.” (Yusuf, 2014).

Subjek penelitian untuk analisis learning obstacle adalah kelas XI IPA 6. Sedangkan subjek implementasi bahan ajar adalah kelas XII IPA 4 SMA N 1 Cirebon. Teknik pengumpulan data dengan melakukan tes uji coba soal kemampuan representasi matematis, melakukan validasi bahan ajar, menganalisis intervensi guru saat implementasi bahan ajar dengan mengamati respon siswa.

Perhitungan untuk menentukan kriteria validasi bahan ajar adalah sebagai berikut.

$$\text{Kriteria validasi} = \frac{\text{jumlah skor}}{n \times \text{skor maksimum}} \times 100\%$$

Adapun Tabel 1 berikut ini adalah untuk mengetahui kriteria validasi yang diperoleh dari perhitungan di atas.

Tabel 1.

Kriteria Validasi Bahan Ajar Modul oleh Para Ahli

No.	Kriteria Validitas	Tingkat Validitas
1.	85,01% - 100%	Sangat valid, atau dapat digunakan tanpa revisi
2.	70,01% - 85,01%	Cukup valid, atau dapat digunakan namun perlu direvisi kecil
3.	50,01% - 70,01%	Kurang valid, disarankan tidak dipergunakan karena perlu revisi besar
4.	01,00% - 50,01%	Tidak valid, atau tidak boleh dihunakan

Berdasarkan hal yang diuraikan Suryadi (2013), penelitian desain didaktis adalah penelitian yang terdiri dari tiga tahapan, yaitu analisis situasi didaktis yang terjadi sebelum pembelajaran, analisis metapedadidaktik yang terjadi saat pembelajaran, dan analisis retrospektif yang terjadi setelah pembelajaran.

Tidak hanya berdasarkan tahapan DDR yang diberikan Suryadi (2013). Untuk menjawab rumusan masalah berikut disajikan tabel serta pembahasannya.

Tabel 2.

Klasifikasi Rumusan Masalah dan Cara Pengolahan Data

No	Rumusan Masalah	Pengolahan Data
1.	Bagaimana <i>learning obstacle</i> siswa terkait materi fungsi komposisi dan fungsi invers?	Menganalisis <i>learning obstacle</i> berdasarkan hasil uji instrumen
2.	Bagaimana desain bahan ajar berbasis kemampuan representasi matematis siswa pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers valid?	Menganalisis hasil validasi bahanajar oleh para ahli
3.	Bagaimana intervensi guru saat implementasi desain bahan ajar berbasis kemampuan representasi matematis pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers?	Menganalisis situasi dari berbagai respon siswa Mengaitkan dan menjabarkan prediksi respon serta antisipasi didaktis dengan respon siswa saat desain didaktis diimplementasikan.

Hasil dan Pembahasan

1. *Learning Obstacle*

Soal 1.

Diketahui sebuah fungsi f dalam bentuk pasangan berurut $\{(1,2); (2,5); (3,10); (4,17)\}$. Jika fungsi tersebut dipetakan ke dalam fungsi $g(x) = 2x$ tentukan $(g \circ f)(x)$ dalam bentuk diagram panah!

Saat diberikan soal di atas siswa mengalami kendala dan kekeliruan sebagai berikut.

Tabel 3.

Distribusi Kemampuan Siswa dalam Mengerjakan Soal 1

<i>Learning Obstacle</i> /Hambatan Belajar	Jumlah Respon Salah	Responden (%)
Siswa tidak dapat menentukan domain dan kodomain dalam fungsi berurutan	13	59,09
Siswa tidak dapat mengubah bentuk fungsi berpasangan $f(x)$ kedalam bentuk diagram panah	8	36,36
Siswa tidak dapat mengubah bentuk formula fungsi $g(x)$ ke dalam bentuk diagram panah	6	27,27

Tabel 3 tersebut merupakan hasil penelitian dari soal nomor satu dengan responden sebanyak 22 orang siswa kelas XI MIPA 6 SMAN 1 Kota Cirebon. Berdasarkan hasil analisis, hal tersebut

mengindikasikan adanya hambatan saat siswa menjawab soal terkait menggambarkan fungsi dalam bentuk diagram panah. Learning obstacle yang diperoleh adalah bahwa siswa belum bisa mengaitkan konsep komposisi fungsi dengan materi prasyarat yaitu relasi. Adanya hambatan tersebut akan diatasi dengan mendesain suatu situasi didaktis. Disajikan antisipasi didaktis dan pedagogis dalam menentukan situasi didaktis.

Tabel 4.

Tabel Antisipasi Didaktis dan Pedagogis

<i>Learning Obstacle</i>	Antisipasi Didaktis	Antisipasi Pedagogis
Siswa tidak dapat menentukan domain dan kodomain dalam fungsi berurutan	Siswa diingatkan kembali dalam menentukan domain dan kodomain suatu fungsi	Guru mengingatkan materi fungsi dengan memberikan pengarah sesuai materi pada modul
Siswa tidak dapat mengubah bentuk fungsi berpasangan $f(x)$ kedalam bentuk diagram panah	Siswa diingatkankan kembali cara menyatakan bentuk relasi dan fungsi	Guru mengingatkan kembali materi mengenai cara menyatakan bentuk relasi dan fungsi sesuai arahan pada modul.
Siswa tidak dapat mengubah bentuk formula fungsi $g(x)$ ke dalam bentuk diagram panah	Siswa diingatkan kembali cara melukiskan diagram panah suatu fungsi komposisi	Guru memberi arahan kepada siswa mengenai cara melukiskan grafik fungsi melalui rangkaian materi pada modul.

Berdasarkan tabel di atas maka disusunlah situasi didaktis untuk meminimalisir *learning obstacle* yang timbul berikut ini.

Situasi Didaktis:

Dari fungsi $f(x) = \{(2,9); (3,14); (4,21)\}$

Tentukan:

Domain $f(x) = \{ \dots \}$

Kodomain $f(x) = \{ \dots \}$

Ubahlah fungsi $f(x)$ tersebut kedalam diagram panah !

Jika, fungsi $f(x)$ tersebut dipetakan kembali ke dalam fungsi $g(x) = x - 5$ maka tentukan domain dan kodomainnya. Serta lukislah hasilnya dalam suatu diagram panah.

Setelah situasi didaktis diberikan pada akhir pembelajaran diadakan tes postes yang kemudian dianalisis kembali *learning obstacle*nya berikut tabel setelah implementasi.

Tabel 5.

Distribusi Kemampuan Siswa dalam Mengerjakan Soal 1

<i>Learning Obstacle/Hambatan Blajar</i>	Jumlah Respon Salah	Responden (%)
Menentukan domain dan kodomain dalam fungsi berurutan	-	-
Mengubah bentuk fungsi berpasangan $f(x)$ kedalam bentuk diagram panah	3	7,69%
Mengubah bentuk formula fungsi $g(x)$ ke dalam bentuk diagram panah	4	10,26 %

Tabel di atas dihasilkan dari responden sebanyak 39 orang siswa kelas XII MIPA 4 SMA N 1 Kota Cirebon. Berdasar tabel tersebut terlihat bahwa setelah implementasi *learning obstacle* berkurang bahkan hilang.

2. Validasi Bahan Ajar

Berikut ini hasil validasi dari tiga ahli dua ahli dosen pendidikan matematika, dan satu guru mata pelajaran matematika.

Tabel 6.

Hasil Validasi Bahan Ajar Modul

Validator	Kriteria Validasi	Tingkat validasi
V1	98,08%	Sangat Valid
V2	84,615%	Cukup Valid
V3	93,27%	Sangat Valid

Berdasarkan hasil akumulasi dari nilai validasi diatas diperoleh 91,91% dengan tingkat validasi sangat valid dan dapat digunakan untuk implementasi.

- Ahli 1, dengan kriteria validasi bahan ajar menunjukkan bahwa hasil validasi berdasarkan ahli 1 bahan ajar yang dibuat sangat valid. Meskipun ahli 1 memberi catatan untuk penyajian diagram panah pada modul halaman 28, namun sudah diperbaiki pada modul revisi.
- Ahli 2, dengan kriteria validasi bahan ajar menunjukkan bahwa hasil validasi berdasarkan ahli 2 bahan ajar yang dibuat valid. Meskipun ahli 2 memberi catatan untuk menambahkan skor penilaian pada modul, namun sudah diperbaiki pada modul revisi.
- Ahli 3, dengan kriteria validasi bahan ajar menunjukkan bahwa hasil validasi berdasarkan ahli 3 bahan ajar yang dibuat sangat valid. Meskipun ahli 3 memberi catatan untuk menambahkan KI dan menghususkan pewarnaan untuk tahap enactive, namun sudah diperbaiki pada modul revisi.

3. Intervensi Guru

Intervensi guru yang dilakukan saat implementasi tergambar pada antisipasi pedagogis. Sebelumnya antisipasi tersebut sudah dibuat oleh guru agar saat prediksi respon siswa terjadi guru sudah siap untuk menanggulangi respon yang diperkirakan terjadi saat implementasi.

Berdasarkan hasil analisis ditemukan bahwa pada situasi didaktis 1 menunjukkan hasil respon siswa yang cenderung sesuai prediksi. Upaya guru untuk membantu siswa mengatasi hambatan belajar seperti mengingatkan kembali mengenai materi prasyarat. Hambatan siswa untuk mengetahui jenis dan cara menyatakan fungsi dapat diminimalisir dengan adanya intervensi.

Suatu desain bahan ajar akan didesain sesuai antisipasi didakti yang dibuat adapun tabel antisipasinya sebagai berikut.

Tabel 7.

Prediksi dan Respon Siswa Terhadap Desain Bahan Ajar

Prediksi Respon	Kemampuan Siswa Tinggi Siswa dapat menyelesaikan gambar diagram panah fungsi komposisi dengan pemetaan dan nilai fungsi yang tepat
	Kemampuan Siswa Sedang Siswa dapat menggambarkan fungsi komposisi dengan menggunakan diagram panah namun masih terdapat kesalahan dalam menentukan nilai fungsi
	Kemampuan Siswa Rendah Siswa mengalami kesulitan dalam menggambarkan fungsi komposisi dalam diagram panah dalam menentukan nilai dan pemetaan fungsi
Antisipasi Didaktis	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa diingatkan kembali dalam menentukan domain dan kodomain suatu fungsi 2. Siswa diingatkankan kembali cara menyatakan bentuk relasi dan fungsi 3. Siswa diingatkan kembali cara melukiskan diagram panah suatu fungsi komposisi
Antisipasi Pedagogis	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru mengingatkan materi fungsi dengan memberikan pengarahannya sesuai materi pada modul 2. Guru mengingatkan kembali materi mengenai cara menyatakan bentuk relasi dan fungsi sesuai arahan pada modul. 3. Guru memberi arahan kepada siswa mengenai cara melukiskan grafik fungsi
Respon Sesuai Prediksi	33 siswa dari 39 siswa dapat menyelesaikan gambar diagram panah fungsi komposisi dengan pemetaan dan nilai fungsi yang tepat
Respon di Luar Prediksi	6 siswa masih kesulitan untuk menggambarkan fungsi komposisi dalam bentuk diagram panah.

Intervensi terhadap respon sesuai prediksi akan dilakukan sesuai antisipasi yang telah dibuat oleh guru sebelumnya. Sedangkan jika respon di luar prediksi maka antisipasi yang dilakukan spontan dan tergantung apa yang menjadi masalah respon di luar prediksi.

Kesimpulan

Dari pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, diperoleh beberapa kesimpulan, diantaranya:

1. *Learning obstacle* yang telah ditemukan berdasarkan analisis soal uji coba, berdasarkan kemampuan representasi matematis pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers sebagai berikut:
 - a. Representasi Visual yaitu: siswa tidak bisa menggambarkan fungsi komposisi dalam bentuk diagram panah; siswa tidak bisa menggambarkan fungsi invers dalam bentuk diagram panah; dan siswa tidak bisa menggambarkan fungsi komposisi dalam bentuk diagram kartesius.
 - b. Representasi Simbol yaitu: siswa belum bisa menentukan fungsi komposisi fungsi baik dua ataupun tiga fungsi; siswa masih kesulitan merubah bentuk diagram panah kedalam bentuk formula; siswa masih belum bisa menerapkan konsep fungsi komposisi pada saat mencari komposisi dari fungsi yang dituliskan dalam bentuk fungsi sepotong-sepotong.
 - c. Representasi Verbal yaitu: siswa belum bisa mengemukakan argumennya mengenai fungsi dan bukan fungsi; dan siswa belum bisa mengemukakan argumennya mengenai invers fungsi yang saling invers maupun tidak saling invers.
2. Bahan ajar yang didesain yaitu berupa modul yang berbasis kemampuan representasi matematis pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers, dalam mendesain bahan ajar ini melalui beberapa tahap yaitu tahap pendahuluan, tahap mendesain bahan ajar (modul), tahap validasi bahan ajar, tahap implementasi bahan ajar dan tahap revisi bahan ajar sehingga menjadi bahan ajar final. Berdasarkan hasil validasi dari tiga ahli yaitu dua dosen pendidikan matematika Unswagati dan satu guru matematika SMAN 1 Cirebon terhadap bahan ajar berbasis kemampuan representasi matematis pada materi fungsi komposisi dan fungsi invers diperoleh persentase keseluruhan sebesar 91,99% dengan interpretasi sangat valid. Sehingga bahan ajar tersebut dapat digunakan dalam proses pembelajaran materi fungsi komposisi dan fungsi invers SMA.
3. Intervensi guru terkait implementasi bahan ajar adalah suatu tindakan yang dilakukan guru saat pembelajaran berlangsung. Kegiatan yang dilakukan berdasarkan antisipasi pedagogis yang telah dirancang sebelumnya. Guru sebagai fasilitator turut membantu siswa dalam menggunakan modul dan mengarahkan siswa untuk mengerjakan setiap situasi didaktis yang dirancang dalam modul.

Referensi

- Kartini. (2009). *Peranan Representasi dalam Pembelajaran Matematika*. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY. Yogyakarta, 5 Desember 2009.
- Mukhtar. (2013). *Pengembangan Bahan Ajar Matematika Berbasis Masalah Untuk Memfasilitasi Pencapaian Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Konsep Siswa*. Prosiding Semirata FMIPA Universitas Lampung.
- Mustangin. (2015). *Representasi Konsep dan Peranannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah*. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 15-21. <http://dx.doi.org/10.33474/jpm.v1i1.405>
- Prastowo, A. (2015). *Panduan Kreatif Membuat Bahan Ajar Inovatif*. Yogyakarta: DIVA Press.

Sani, R. A. (2013). *Inovasi Pembelajaran*. Jakarta: PT Bumi Aksara.

Smith, M. K., Shaleh, A. Q., & Hamdani, D. (2009). *Teori Pembelajaran & Pengajaran*. Jogjakarta: Miza Media Pustaka.

Sulistawati, S., Suryadi, D., & Fatimah, S. (2015). Desain Didaktis Penalaran Matematis untuk Mengatasi Kesulitan Belajar Siswa SMP pada Luas dan Volume Limas. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 6(2), 135-146.
<https://doi.org/10.15294/kreano.v6i2.4833>

Suryadi, D. (2013). *Didactical Design Research (DDR) dalam Pembelajaran Matematika*. Prosiding seminar nasional matematika dan pendidikan matematika.

Yusuf, M. A. (2014). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan Penelitian Gabungan*. Jakarta: Prenadamedia Group.